Trigonometrische Funktionen

1. $A(4\cos 160°|4\sin 160°) \approx (-3{,}8|1{,}4)$ $B(4\cos\frac{7\pi}{6}|4\sin\frac{7\pi}{6}) \approx (-3{,}5|-2)$
   $C(3\cos(-33°)|3\sin(-33°) \approx (2{,}5|-1{,}6)$

2. (a) $y = \cos x$ • $y = \cos x + 1$ • $y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$ • $y = 2\cdot\cos x$ • $y = \cos(2\cdot x)$

$y = \cos x$:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	1	0	-1

$y = \cos x + 1$:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	2	1	0

$y = \cos(x + \frac{\pi}{2})$:

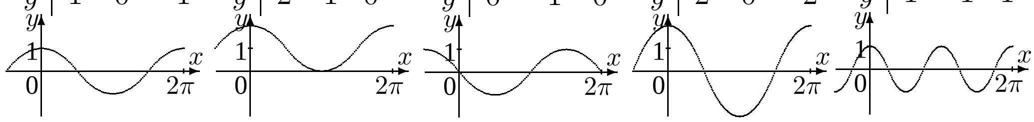
x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	0	-1	0

$y = 2\cdot\cos x$:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	2	0	-2

$y = \cos(2\cdot x)$:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
y	1	-1	1



Ausgangsfunktion

„+1“ bewirkt: Verschiebung 1 nach oben

„$+\frac{\pi}{2}$ bei x“: Verschiebung $\frac{\pi}{2}$ nach links

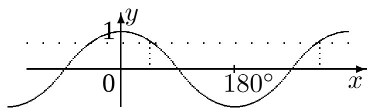
„·2“ bewirkt: Streckung in y-Richtung

„·2 bei x“: Stauchung in x-Ri. auf halbe Periodenlänge

   (b) $y = \cos(4x) + 1$

3. Periode $\frac{1}{5}\cdot 2\pi = \frac{2\pi}{5}$; Nullstelle: $4\sin(5x) - 3 = 0$; $\sin(5x) = \frac{3}{4}$; $5x \approx 0{,}85$; $x \approx 0{,}17$

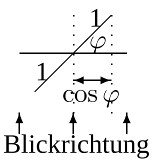
4. (a) Taschenrechner (hier Gradmaß DEG, SHIFT-cos) liefert: $\varphi = 45°$.
   Skizze des Graphen liefert $315°$ als weitere Lösung. Weitere Lösungen $360°$-periodisch, also Lösungsmenge $\{-45°, 45°, 315°, 405°, 675°\}$



   (b) Mit der Substitution $u = \frac{x}{2}$ ist $\sin u = 1$, also $u = \frac{\pi}{2}$, $u = \frac{5\pi}{2}$, somit wegen $x = 2u$ Lösungsmenge $\{\pi; 5\pi\}$.

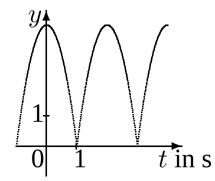
   (c) Da sin und cos nur Werte im Bereich $[-1; 1]$ annehmen, gibt es keine Lösung, d. h. Lösungsmenge leere Menge $\{\}$.

5. Ansicht von oben:



Maße der sichtbaren Fläche in cm: $2\cos\varphi$ breit, 2 hoch, also $A(t) = 2\cdot 2\cos\varphi = 4\cos(\omega t) = 4\cos(\frac{\pi}{2}t)$ bzw. Fläche besser mit Betrag: $A(t) = |4\cos(\frac{\pi}{2}t)|$ (t in Sekunden).

Eine kleine Wertetabelle bzw. die Fotoserie zeigt, dass bei $t = 1$ die erste Nullstelle vorhanden ist:



6. Vorüberlegung: Zur Berechnung von δ muss man das untere Teildreieck betrachten und benötigt hier eine weitere Größe; hierfür bietet sich der Winkel γ an, da dieser auch im ganzen Dreieck vorkommt und dort schon drei Seitenlängen bekannt sind. Von Sinussatz und Kosinussatz kommt hierfür nur der Kosinussatz in Frage, da er derjenige ist, in dem drei Seitenlängen vorkommen.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma \Rightarrow \cos\gamma = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{25+16-9}{2\cdot 5\cdot 4} = 0{,}8 \Rightarrow \gamma \approx 36{,}9°$$

Im unteren Teildreieck verwenden wir den Sinussatz (auch der Kosinussatz wäre möglich; dabei wäre dann eine quadratische Gleichung zu lösen).

$$\frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = \frac{a}{d} \Rightarrow \sin\delta = \frac{\sin\gamma\cdot a}{d} = 0{,}75 \Rightarrow \delta_1 \approx 48{,}6° \text{ oder } \delta_2 \approx 131{,}4°$$

Im ersteren Fall wäre (Winkelsumme im unteren Teildreieck) $\varepsilon \approx 94{,}5°$ der größte Winkel in diesem Dreieck; da dort a die größte Seite ist, muss jedoch der a gegenüberliegende Winkel δ der größte sein, also ist $\delta \approx 131{,}4°$.