

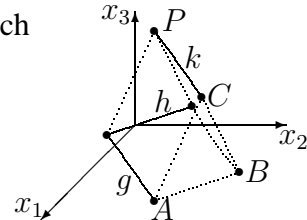


12. Klasse Übungsaufgaben	12
Ebenengleichungen	06

1. Das nebenstehende am Hang stehende Zelt ist gegeben durch $A(8|5|0)$, $B(5|8|0)$, $C(7|7|5)$, $P(2|2|6)$ sowie die Geraden

$$g : \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \lambda \in \mathbb{R},$$

$$h : \vec{X} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \mu \in \mathbb{R}, \text{ und } k : \vec{X} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} + \sigma \begin{pmatrix} -5 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}, \sigma \in \mathbb{R}.$$



Stellen Sie Ebenengleichungen in Parameterform auf:

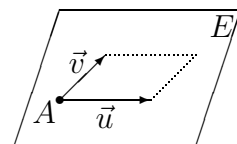
- (a) Ebene E_1 , die durch die Punkte A, B, C gegeben ist.
- (b) Ebene E_2 , die durch die Gerade k und den Punkt B festgelegt ist.
Überzeugen Sie sich zuvor davon, dass der Punkt B nicht auf der Geraden k liegt.
- (c) Ebene E_3 , die durch die beiden echt parallelen Geraden g und k festgelegt ist.
- (d) Ebene E_4 , die durch die sich schneidenden Geraden g und h festgelegt ist.

2. Gegeben sind der Punkt $A(2|-3|1)$ und die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(a) Warum ist $\vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \lambda, \mu \in \mathbb{R}$, keine Ebene?

- (b) Betrachten Sie nun die Ebene E mit Aufpunkt A und Richtungsvektoren \vec{u}, \vec{v} .

Wenn man für die Parameter nur Zahlen aus dem Intervall $[0; 1]$ zulässt, also $\lambda, \mu \in [0; 1]$, so erreicht man nur Punkte im nebenstehend dargestellten, von \vec{u} und \vec{v} aufgespannten Parallelogramm.



Zeigen Sie durch Einsetzen in die Parameterform, dass $P(1|-4|3)$ zwar auf der Ebene, aber nicht im eben genannten Parallelogramm liegt.

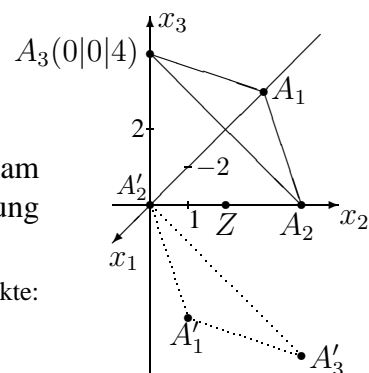
3. Gegeben sind die Punkte $A(3|0|3)$, $B(6|16|5)$, $C(0|4|5)$ und $D(4|-3|2)$.

Warum kann man mit dem sog. Spatprodukt (\rightarrow grund119.pdf) $(\vec{AB} \times \vec{AC}) \circ \vec{AD}$ prüfen, ob die Punkte A, B, C, D in einer Ebene liegen?

Was bedeutet dies im Fall der hier gegebenen Punkte für die lineare (Un-?)Abhängigkeit der Vektoren \vec{AB}, \vec{AC} und \vec{AD} ?

4. Gegeben ist die hier dargestellte Ebene E .

- (a) Geben Sie eine Gleichung von E an.
- (b) Spiegeln Sie die Punkte $A_1(-6|0|0)$, A_2, A_3 am Punkt $Z(0|2|0)$ und stellen Sie damit die Gleichung der gespiegelten Ebene E' auf.



Tipp: Mögliche Vorgehensweise zum Spiegeln der Punkte: $\vec{ZA'_1} = \vec{A_1Z}$ mit „Spitze minus Fuß“ nach A'_1 auflösen.